

Hoe ontwerp je rijke rekenvragen?

Bevorder het actieve leren van kinderen

Dit artikel bouwt voort op het artikel *De kracht van rijke rekenvragen*, op pagina 9 van dit blad. Daar werden de achtergrond en het belang van rijke rekenvragen voor het wiskundig denken van leerlingen beschreven. Op deze pagina's staat centraal hoe je zelf dergelijke vragen kunt ontwerpen.

Anneke Noteboom was tijdens het schrijven van dit artikel nog werkzaam bij SLO. **Kris Verbeek** is adviseur bij de M&O groep

*'Wij worden zaterdag samen 100 jaar! Daarom vieren we feest. Kom je ook?'
Hoe oud zou iedereen in dit gezin kunnen zijn?*

De klas gaat aan de slag. En om de leerlingen tot nog meer nadenken en redeneren aan te zetten, voegt de leerkracht voor sommige leerlingen informatie toe: *'Ik weet dat iedereen een oneven leeftijd heeft. Er zit een tweeling bij die ouder is dan 7.'*

In het kader hierboven staat een voorbeeld van een set rijke rekenvragen. Rijke rekenvragen zijn vragen die actief leren bevorderen, discussies en redeneringen opleveren en die leerlingen dieper laten nadenken over rekenen. We richten ons daarbij nadrukkelijk op alle leerlingen, van alle leeftijden en alle niveaus. Daarbij beperken we ons tot vragen waarmee leerlingen hun inzicht in reken-wiskunde vergroten en verdiepen en niet het soort vragen die als doel hebben om leerlingen betere probleemoplossers te laten worden. We nemen je mee in het ontwerp van rijke rekenlessen! In dit

artikel geven we je tips en voorbeelden zodat je er zelf direct mee aan de slag kunt.

Mag het een beetje meer zijn?

Gemiddeld krijgen leerlingen tijdens hun hele basisschoolperiode in totaal zo'n 1000 tot 1600 uren rekenles. Dat is niet mis! We zien dat rekenmethodes veel tijd investeren in het leren en oefenen van feitenkennis en procedures. Wat we nog niet zoveel zien is dat kinderen deze kennis en vaardigheden ook leren toepassen in voor hen onbekende situaties, waarbij ze ook echt moeten probleemoplossen, redeneren en creatief met rekenen-wiskunde om moeten gaan. Terwijl dit ook een essentie is van reken-wiskundige bekwaamheid. Wij pleiten ervoor dat leerlingen vaker aan problemen moeten werken waarbij ze hun kennis en vaardigheden inzetten, maar die ze niet zomaar routinematig kunnen oplossen. Waarbij ze moeten nadenken, redeneren én liefst ook erover met elkaar in gesprek en discussie gaan. Bij deze vragen staat niet het antwoord centraal, maar het leerproces tijdens het oplossen ervan. We noemen deze vragen 'rijke rekenvragen'.

In het artikel op pagina 9 beschreven we uitgebreid wat rijke vragen zijn en hier geven we in het kader hieronder een korte samenvatting daarvan en vervolgens bespreken we twee methodes die je als leraar kunt gebruiken om dergelijke vragen zelf te ontwerpen. Je kunt die methodes gebruiken om opgaven uit je reken-wiskundemethode rijker te maken of om je onderwijs los(er) van de rekenmethode te geven.

Uit het artikel op pagina 9

Wat zijn rijke rekenvragen?

Er zijn veel verschillende soorten vragen die je in een rekenles kunt stellen. De lijst van kenmerken is te groot om op te noemen. We vatten ze samen in vier hoofdkenmerken! We gaan uit van de term 'rijke rekenvragen'.

- *Rijke rekenvragen doen een beroep op wiskundig denken.*
Ze vragen niet alleen het inzetten van kennis en procedurele vaardigheden, maar doen ook een beroep op bijvoorbeeld inzicht, probleemoplossen, analyseren, creatief denken, kritisch denken en redeneren, uitleggen en samen overleggen.
- *Rijke rekenvragen hebben (meestal) meerdere acceptabele antwoorden.*
Rijke rekenvragen zijn meestal open vragen. Op open vragen zijn vaak méér antwoorden mogelijk en ze liggen ook niet allemaal vast. Waar de leerlingen mee komen is ook voor de leraar een verrassing.
- *Rijke rekenvragen zijn gericht op het leren tijdens het oplossingsproces.*
Ze waarborgen dat leerlingen tijdens het oplossen, puzzelen, zoeken, rekenen, redeneren, uitleggen, enzovoort ook gedurende dit proces nieuwe inzichten en vaardigheden leren. Ineens ontdekken ze een regel; ze zien structuren en relaties terwijl ze bezig zijn. Ze zien dat anderen andere oplossingen hebben. Ze denken na over wat wel en niet kan, bijvoorbeeld: Waarom kun je geen oneven uitkomst krijgen als je twee oneven getallen optelt?
- *De reacties van leerlingen op rijke*

Rijk rekenen gaat verder dan feiten en procedures. Ook vormen van wiskundig denken komen aan bod waardoor leerlingen hun inzicht verdiepen en kennis en vaardigheden toe kunnen passen in voor hen nieuwe situaties.



rekenvragen geven informatie over hun leren.

Leerlingen kunnen op verschillend niveau met een rijke rekenvraag aan de slag gaan. Ze kunnen zich beperken tot één mogelijk antwoord, ze kunnen er meer zoeken of ze kunnen proberen alle mogelijke antwoorden te zoeken of een regel te ontdekken. Ook de redeneringen die ze geven kunnen verschillen: het kan gaan om meer informele of meer formele redeneringen. Rijke rekenvragen zijn daarom ook behulpzaam bij formatief evalueren.

De vragen in reken-wiskundemethodes zijn voornamelijk nog gesloten van aard en gericht op feiten en procedures met één goed antwoord. Leraren en leerlingen zijn hieraan gewend. Rijke rekenvragen ontwerpen, stellen én ermee aan de slag gaan, vraagt van zowel de leraar als de leerling een andere 'mindset'. Dat is even wennen. In de praktijk zien we echter een grotere betrokkenheid en motivatie bij leerlingen en meer zelfvertrouwen als ze werken aan rijke rekenvragen. Dit komt ook doordat rijke rekenvragen meer gericht zijn op het oplossingsproces dan op dat ene antwoord. Het leereffect is nog groter als leerlingen samen op zoek gaan naar antwoorden of oplossingen. Ze overleggen, leggen elkaar uit hoe ze denken, redeneren en rekenen en moeten elkaar overtuigen. Dát is wiskundig actief zijn!

Hoe ontwerp je rijke rekenvragen?

Aan de hand van een aantal praktische voorbeelden laten we zien hoe je rijke rekenvragen kunt ontwerpen. We beschrijven twee methodes: 'Van achter naar voren werken' en 'Een standaardvraag ombouwen naar een rijke vraag'. Beide methodes zijn ook goed te gebruiken om bestaande vragen uit de rekenmethode aan te passen en om te buigen naar een rijke rekenvraag.

De praktijk laat zien dat leraren die rijke rekenvragen ontwerpen hierin steeds handiger worden. En, eenmaal uitgevoerd in de groep, dit vaker willen doen. Ze merken dat het werkt!



Methode 1: Van achter naar voren werken

Deze methode bestaat uit vier stappen:

1. Formuleer het leerdoel of de leerdoelen.
2. Bedenk hierbij een gesloten vraag en noteer het antwoord op deze vraag.
3. Ontwerp nu een rijke rekenvraag waarbij meer mogelijkheden tot ditzelfde antwoord leiden.
4. Formuleer vervolgvragen die inzicht, kennis, vaardigheden en het denken en redeneren kunnen vergroten en verdiepen.

Voorbeeld 1

1. **Leerdoel:** Het berekenen van de oppervlakte van een rechthoek
2. **Gesloten vraag:** *Onze tuin is 8 meter breed en 10 meter lang. Wat is de oppervlakte van onze tuin?*
Het antwoord is: 80 m².
3. Een rijke rekenvraag kan zijn:
*Onze tuin heeft een oppervlakte van 80 m².
Wat kunnen de lengte en de breedte van onze tuin zijn?*
4. Formuleer passende vervolgvragen:
 - *Bedenk meer mogelijkheden.*
 - *Leg eens uit hoe je kunt nagaan of de maten kloppen.*
 - *Welke maten liggen meer en minder voor de hand, als je denkt aan een tuin?*
 - *Ik weet dat de tuin meer dan 14 meter lang is. Leg eens uit hoe die tuin er dan uit kan zien?*
 - *Ik weet dat de tuin op een vierkant lijkt. Wat zouden dan de maten kunnen zijn?*
 - *Moeten de lengte en breedte hele meters zijn? Kun je iets anders bedenken?*

De alternatieve vragen in dit uitgewerkte voorbeeld dwingen de leerlingen om dieper na te denken over het begrip oppervlakte. Ze nodigen ook uit om na te denken over hoe lengte, breedte en oppervlakte met elkaar samenhangen. De vragen richten zich niet alleen op het toepassen van de regel voor het uitrekenen van de oppervlakte. Ze dagen leerlingen ook uit om kritisch en creatief te denken en te redeneren en om hun gedachten uit te leggen. Het is dan ook niet nodig om hele moeilijke getallen te nemen. Zo kunnen ook kinderen die moeite hebben met rekenen aangezet worden tot wiskundig denken en het verdiepen van hun begrip.

Voorbeeld 2

1. **Leerdoel:** *Aftrekken/ aanvullen binnen de context van in- en uitstappen bij de bushalte.*
2. **Gesloten vraag:**



Hoeveel mensen zijn er uitgestapt?
Het antwoord is: 2.

3. Een rijke rekenvraag kan zijn:



Er zijn twee mensen uitgestapt. Hoeveel mensen zaten er eerst in de bus en hoeveel daarna?

4. Formuleer passende vervolgvragen:
 - *Weet je meer mogelijkheden, laat eens zien en leg eens uit?*
 - *Hebben jullie hetzelfde antwoord? Hoe kan het dat er meer antwoorden zijn?*
 - *Kijk eens goed naar de twee getallen die je steeds invult. Wat valt je op?*
 - *Kim zegt: Je kunt ook optellen. Wat bedoelt ze?*

Op de standaardvraag in het voorbeeld is één antwoord mogelijk: -2. Natuurlijk kunnen we meer van dergelijke gesloten opgaven geven. Maar het (creatief) denken en redeneren van leerlingen wordt meer aangeboord, als we hen zelf situaties laten bedenken waarbij het antwoord -2 is. Ze gaan dan meer nadenken over de relatie tussen de twee te bedenken getallen: ze liggen slechts twee uit elkaar. Dit lokt niet alleen aftrekken uit, maar ook aanvullen én nadenken over de relatie tussen optellen, aftrekken en splitsen.

Overigens, de gegeven standaardvraag zou ook een rijke rekenvraag zijn, als we niet alleen denken aan het antwoord -2 (er zijn twee mensen uitgestapt) maar ook aan varianten hierop: Eerst 9 mensen: als er 3 instappen en 1 uitstapt, kom je ook op 7 mensen uit. Wat kan er nog meer bij de bushalte gebeurd zijn?

Methode 2: Een standaardvraag ombouwen naar een rijke vraag

Ook deze methode bestaat uit vier stappen:

1. Formuleer het leerdoel of de leerdoelen.
2. Denk aan een standaardvraag (meestal gesloten).

3. Gebruik deze standaardvraag om er een rijke vraag van te maken.
4. Formuleer vervolgvragen die inzicht, kennis, vaardigheden en het denken en redeneren kunnen vergroten en verdiepen.

Voorbeeld 1

1. Leerdoel: Rekenen met geld: bankbiljetten (5, 10, 20, 50) en munten van 1 en 2 euro.
2. Gesloten vraag: *Lieke koopt een fiets op de rommelmarkt.*



Ze betaalt precies genoeg. Hoeveel kost de fiets?

Het antwoord is: 57 euro.

3. Een rijke rekenvraag kan zijn: *Lieke koopt op de rommelmarkt een fiets voor 57 euro. Ze heeft briefjes (5, 10, 20, 50) en munten van 1 en 2 euro. Hoe kan ze betalen?*
Formuleer passende vervolgvragen:
 - *Bedenk zoveel mogelijk manieren. Je mag ook het geld dat hier op tafel ligt gebruiken, of je kunt het tekenen.*
 - *Ik weet dat Lieke geen briefjes van 10 heeft, hoe zou ze dan betaald hebben?*
 - *Ik weet dat Lieke 7 'dingen' gaf. Welke briefjes/munten kunnen dat zijn?*
 - *Kan het ook met 10 'dingen'? Leg eens uit.*

De standaardvraag vraagt van leerlingen dat ze de geldbedragen bij elkaar tellen. De rijke rekenvraag vraagt van leerlingen om de bedragen niet alleen bij elkaar tellen, maar te bedenken op welke manieren een bedrag samengesteld kan worden. Hierdoor worden ze ook uitgedaagd de relatie te zien tussen de verschillende waarden: 1 briefje van 20 kun je inwisselen voor 2 briefjes van 10. Hoe meer kinderen hiermee puzzelen en redeneren, hoe meer ze nadenken over de relaties tussen de verschillende waarden én het handig samenstellen, het leerdoel van de opdracht.

Voorbeeld 2

1. Leerdoel: *Klokkijken op een wijzerklok: tijden met kwart voor en kwart over.*

2. De mogelijke standaardvraag: *Hoe laat is het?*



Antwoorden: *Kwart voor 2, kwart over 8.*

3. De rijke rekenvragen kunnen zijn:



Op de klok zie je alleen de grote wijzer.

Hoe laat zou het kunnen zijn op deze klokken?

Wat weet je wel en wat weet je niet over de tijd die de klok geeft?

4. Formuleer passende vervolgvragen:
 - *Welke tijden kunnen wel en niet op de eerste/tweede klok en hoe weet je dat?*
 - *Hoe kun je aan de kleine wijzer zien of het kwart voor of kwart over is?*
 - *Vertel eens hoe je iemand kunt uitleggen hoe je de tijden 'kwart voor' en 'kwart over' afleest.*
 - *Bedenk samen eens zo'n klokkenpuzzel voor klasgenootjes.*

Klokkijken is lastig voor veel kinderen en dat is niet zo vreemd. Er zijn twee wijzers en de getallen waar ze naar wijzen, staan niet in direct verband met de kloktijd. Bovendien gebruiken we allemaal afwijkende tijdsaanduidingen. Met de alternatieve vragen in bovenstaand voorbeeld focus je op de essentie van de functie van de wijzers. Leerlingen worden uitgedaagd tot nadenken, redeneren en uitleggen, én creatief denken.

Probeer het eens!

Rijke rekenvragen lokken rijk leren uit. Het gaat niet alleen om feiten en procedures, maar ook om vormen van wiskundig denken waardoor leerlingen hun inzicht verdiepen en kennis en vaardigheden toe kunnen passen in voor hen nieuwe situaties. Leerlingen oefenen hun kennis en vaardigheden en leren nieuwe procedures via gerichte instructie. Door daarnaast regelmatig samen te werken aan rijke rekenvragen verdiepen en vergroten de leerlingen hun wiskundige bekwaamheid. **Probeer het eens!**

Noot

¹We gebruiken hier een bewerking van de definitie van Sullivan & Lilburn (2005)

Literatuur

Sullivan, P. & Lilburn, P. (2005). *Good questions for math teaching. Why ask them and what ask them. Grades K-6.* California: Math Solutions.

